علوم تجريبية	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا	وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
مدة الإنجاز : 3 ساعات	http://najibac.yolasite.com	

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للباكالوريا الدورة العادية 2013
شعبة العلوم التجريبية بمسالكها و شعبة العلوم و التكنولوجيات بمسلكيها

التمرين الأول (3ن) :

1) أ-

$$\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\left|\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right|\vec{i}-\left|\begin{pmatrix}-1&1\\0&1\end{pmatrix}\right|\vec{j}+\left|\begin{pmatrix}-1&1\\1&0\end{pmatrix}\right|\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$$

المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ منظمية على المستوى (OAB) إذن المعادلة الديكارتية للمستوى (OAB) تكتب على الشكل : $x+y-z+d=0$ حيث $d\in\mathbb{R}$.

بما أن $A\in(OAB)$ فإن $-1+1-0+d=0$ إذن $d=0$

و بالتالي المعادلة الديكارتية للمستوى (OAB) هي $x+y-z=0$

ب- $d(\Omega,(OAB))=\dfrac{|1+1-(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

ج) بما أن المسافة بين Ω و المستوى (OAB) اصغر من شعاع الفلكة (S) فإن المستوى (OAB) يقطع للفلكة (S) وفق دائرة شعاعها $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{3^2-\sqrt{3}^2}=\sqrt{6}$ حيث $d=d(\Omega;(0AB))$

2)أ) بما أن $(\Delta)\perp(OAB)$ فان المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ موجهة للمستقيم (Δ) و بما أن $\Omega\in(\Delta)$

فان التمثيل البارامتري للمستقيم (Δ) يكتب على الشكل: $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t;(t\in\mathbb{R})\\z=-1-t\end{cases}$

(Γ)

ب) (Δ) مستقيم يمر بمركز الدائرة (Γ). لتكن $I(x_0,y_0,z_0)$ مركز الدائرة (Γ)

بما ان I نقطة من (Δ) فانه توجد t من $\mathbb{R}$ بحيث $\begin{cases}x_0=1+t\\y_0=1+t\\z_0=-1-t\end{cases}$ و بما أن I نقطة من (OAB)

فان $(1+t)+(1+t)-(-1-t)=0$ أي $3+3t=0$ أي $t=-1$ و منه $\begin{cases}x_0=1-1=0\\y_0=1-1=0\\z_0=-1+1=0\end{cases}$ أي I هي

النقطة O أصل المعلم.

التمرين الثاني (3ن) :

1)أ) $(1+i)(-3+6i)=-3+6i-3i-6=-9+3i$

$\frac{c-a}{b-a}=\frac{-2+5i-(7+2i)}{4+8i-(7+2i)}=\frac{-9+3i}{-3-6i}=1+i$ لان $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$

ب) لدينا $\frac{AC}{AB}=\left|\frac{c-a}{b-a}\right|=|1+i|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ إذن $AC=AB\sqrt{2}$

$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\arg(\frac{c-a}{b-a})[2\Pi]$ أي $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\arg(1+i)[2\Pi]$ أي

$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\arg(\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}))[2\Pi]$ ومنه $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\frac{\Pi}{4}[2\Pi]$

2) أ) التمثيل العقدي للدوران R هي: $z'-b=e^{i\frac{\Pi}{2}}(z-b)=i(z-b)$

$$R(A)=D\Leftrightarrow d-4-8i=i(a-4-8i)=i(7+2i-4-8i)=i(3-6i)$$
$$R(A)=D\Leftrightarrow d=3i+6+4+8i=10+11i$$

ب) $\frac{d-c}{b-c}=\frac{10+11i-(-2+5i)}{4+8i-(-2+5i)}=\frac{12+6i}{6+3i}=2$ و بما ان $\frac{d-c}{b-c}\in\mathbb{R}$ فان النقط B و C

و D مستقيمية.

التمرين الثالث (3ن) :

1) $P(A)=\frac{C_5^2\times C_3^2}{C_{10}^4}=\frac{10\times3}{210}=\frac{1}{7}$ و $P(B)=\frac{C_8^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{3}$

2) أ) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي: 2,1,0 لان من بين الكرات العشرة هناك فقط كرتين بيضاوين و بالتالي فإذا سحبنا اربع كرات فان هذه الكرات يمكن ألا تحتوي على أية كرة بيضاء كما يمكنها ان تحتوي على كرة واحدة بيضاء كما يمكنها أن تحتوي على كرتين بيضاوين .

ب) $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_8^3}{C_{10}^4}=\frac{2\times56}{210}=\frac{8}{15}$

قانون احتمال المتغير العشوائي:

$$p(x=1)=\frac{8}{15}$$
$$p(x=0)=p(B)=\frac{1}{3}$$
$$p(x=2)=1-(\frac{8}{15}+\frac{1}{3})=1-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$$

جدول قانون احتمال المتغير العشوائي هو :

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

لدينا $\frac{1}{3}+\frac{8}{15}+\frac{2}{15}=1$

ملاحظة: $P(X=2)=\frac{C_2^2\times C_8^2}{C_{10}^4}=\frac{2}{15}$

التمرين الرابع (3ن) :

1) $5-U_{n+1}=5-\frac{25}{10-U_n}=\frac{50-5U_n-25}{10-U_n}=\frac{25-5U_n}{10-U_n}=\frac{5(5-U_n)}{5+(5-U_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

لنبين بالترجع ان $5-U_n\succ 0$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

لدينا $5-U_1=5$ اذن $5-U_1\succ 0$ اذن العبارة $5-U_n\succ 0$ صحيحة من اجل $n=1$

نفترض ان العبارة $5-U_n\succ 0$ صحيحة من اجل n من $\mathbb{N}^*$ و نبين انها صحيحة من اجل $n+1$

لدينا $5-U_{n+1}=\frac{5(5-U_n)}{5+(5-U_n)}$ و بما ان $5-U_n\succ 0$ فإن $5(5-U_n)\succ 0$ و $5+(5-U_n)\succ 0$ ومنه

$5-U_{n+1}\succ 0$ لان خارج عددين موجبين قطعا هو عدد موجب قطعا, و بالتالي العبارة صحيحة من اجل $n+1$ و حسب مبدأ الترجع العبارة صحيحة من اجل n من $\mathbb{N}^*$ أي $5-U_n\succ 0$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

2) أ)ليكن n من $\mathbb{N}^*$. لدينا $v_{n+1}=\frac{5}{5-u_{n+1}}=\frac{5}{\frac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}}=\frac{10-u_n}{5-u_n}$

$v_{n+1}-v_n=\frac{10-u_n}{5-u_n}-\frac{5}{5-u_n}=\frac{5-u_n}{5-u_n}=1$

ب) (v_n) متتالية حسابية أساسها 1 اذن $v_n=v_1+(n-1)\times 1=1+n-1=n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

لدينا $v_n=\frac{5}{5-u_n}$ إذن $u_n=5-\frac{5}{v_n}=5-\frac{5}{n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ و منه $\lim_{x\to\infty}u_n=5$

التمرين الخامس (8ن) :

1)أ- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2)^2e^x=+\infty$ لان $\lim_{x\to+\infty}(x-2)^2=+\infty$ و; $\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

ب- $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}(x-2)^2\frac{e^x}{x}=+\infty$ لان $\lim_{x\to+\infty}(x-2)^2=+\infty$ و; $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ اذن (C) يقبل فرع شلجمي اتجاهه محور الاراتيب بجوار $+\infty$

2)أ- ليكن x عدد حقيقي

$f(x)=(x^2-4x+4)e^x=x^2e^x-4xe^x+4e^x$

ب- $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2-4x+4)e^x=\lim_{x\to-\infty}(x^2e^x-4xe^x+4e^x)=0$ لان $\lim_{x\to-\infty}x^2e^x=0$ و $\lim_{x\to-\infty}4xe^x=0$ و $\lim_{x\to-\infty}4e^x=0$ اذن (C) يقبل مقارب افقي معادلته $y=0$ بجوار $-\infty$

3)أ- f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها جداء دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$

و لدينا لكل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=2(x-2)e^x+(x-2)^2e^x=2xe^x-4e^x+x^2e^x-4xe^x+4e^x=x^2e^x-2xe^x=x(x-2)e^x$$

ب- إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $x(x-2)$

جدول إشارة $x(x-2)$:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x	-	+		+
$x-2$	-	-	0	+
$x(x-2)$	+	0 -	0	+

إذن f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[2,+\infty[$ و الدالة f تناقصية على المجال $[0,2]$

ج- جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4) أ- ليكن x عدد حقيقي

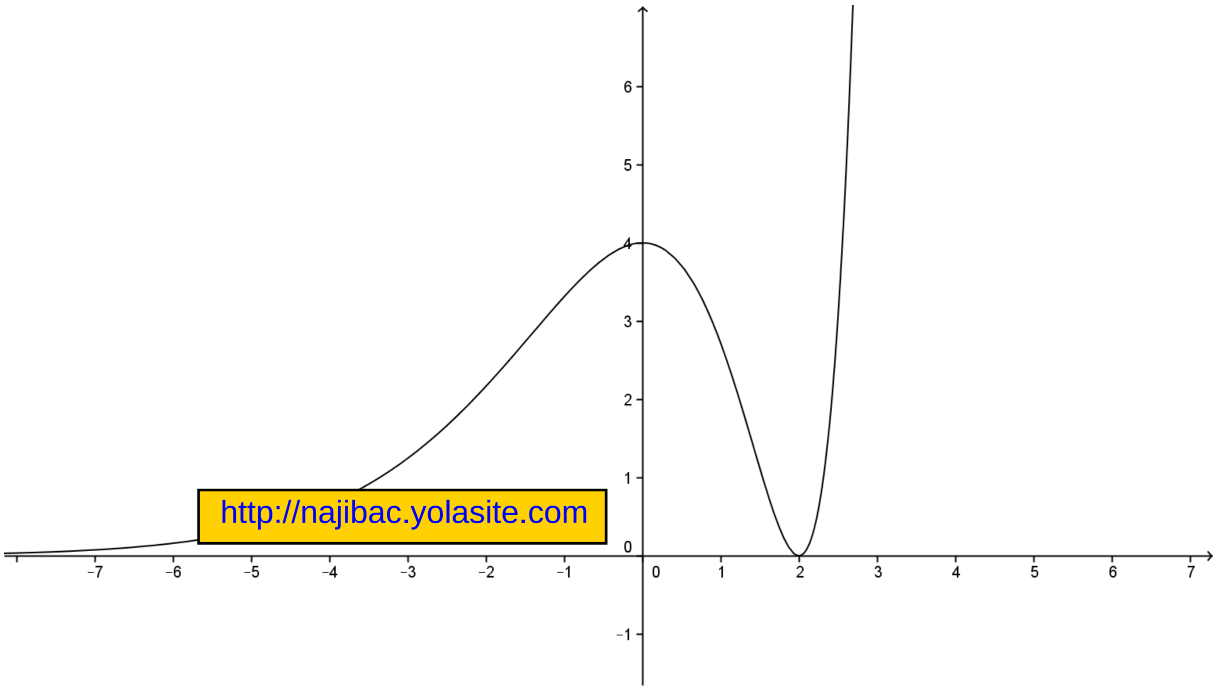
$$f''(x)=(2x-2)e^x+x(x-2)e^x=(2x-2+x^2-2x)e^x=(x^2-2)e^x$$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow (x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2})$ و $f''(x)$ تغير اشارتها :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	- 0	+

إذن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف ارتوبيهما هما $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$

ب- إنشاء المنحنى



5)أ- لدينا H دالة قابلة للاشتقاق و $H^{'}(x)=e^x+(x-1)e^x=xe^x=h(x)$ إذن H دالة اصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ و بالتالي:

$$\int_0^1 xe^x dx=\left[(x-1)e^x\right]_0^1=1$$

ب- نضع $u^{'}(x)=e^x$ و $v(x)=x^2$ إذن $u(x)=e^x$ و $v^{'}(x)=2x$ و منه

$$\int_0^1 x^2e^x dx=\left[x^2e^x\right]_0^1-\int_0^1 2xe^x dx=e-2\int_0^1 xe^x dx=e-2$$

ج- مساحة هذا الحيز هي: $\int_0^1 f(x)dx\,cm^2$

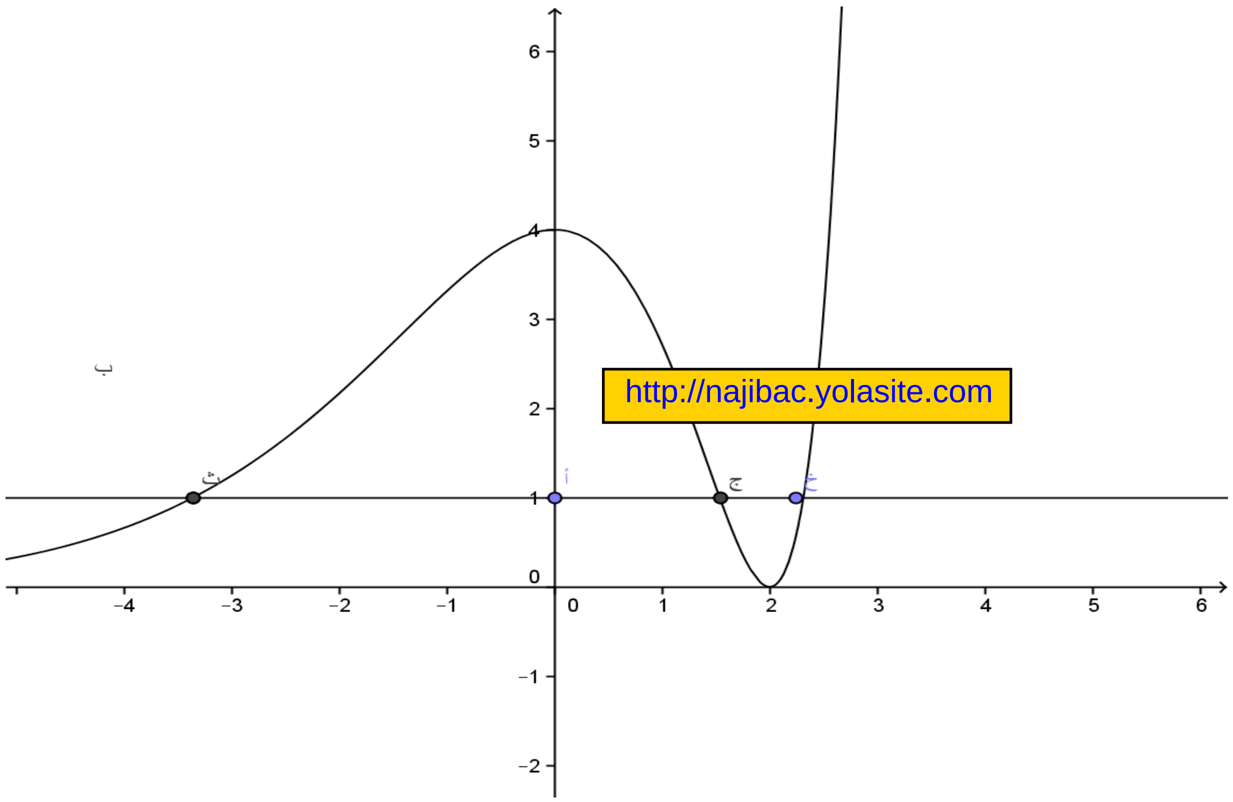
لدينا:

$$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 x^2e^x dx-4\int_0^1 xe^x dx+4\int_0^1 e^x dx=e-2-4+4\left[e^x\right]_0^1=e-6+4(e-1)=5e-10$$

إذن $\int_0^1 f(x)dx=5(e-2)$

6) $x^2=e^{-x}+4x-4\Leftrightarrow f(x)=1$ لتحديد عدد حلول المعادلة ننشئ المستقيم الذي معادلته $y=1$ و نقوم بتعداد عدد نقط تقاطع هذا المستقيم مع (c) و نجد ثلاث حلول.

انظر الشكل اسفله


http://najibac.yolasite.com